

STUDI TENTANG MASALAH PENEMPATAN FASILITAS BERKAPASITAS SATU SUMBER DUA ESELON

Lamtiur Sinambela

Program Studi Sistem Informasi, Universitas Pelita Harapan

E-mail: tiur1125@gmail.com

ABSTRACT

Facility location problem is an important part of integer programming problems, with application in the field of telecommunications, and transportation industry. This study discussed the facility location problem with two echelon. Each second echelon facilities have limited capacity and can only be supplied by a facility on second echelon. Each customer is served only by a single facility in second echelon. The number and location of the second echelon of customers to facilities determined echelon two simultaneous. This study addresses the questions of decision-making in designing cargo distribution system where there is a two echelon distribution system the two level structure, components and issues related decisions. The purpose of the model in the study is to determine the location of facilities at each echelon which is a distribution facility and cargo capacity at the facility so that can minimize the total cost of the minimum as the optimal solution of the modeling.

Keywords: CFLP, integer programming, optimization, two echelon

ABSTRAK

Masalah penempatan fasilitas merupakan bagian penting dalam masalah program integer, termasuk aplikasi dalam bidang telekomunikasi, dan industri transportasi. Studi ini membahas tentang masalah penempatan fasilitas dengan dua eselon. Setiap fasilitas eselon kedua mempunyai kapasitas terbatas dan hanya dapat disediakan oleh fasilitas eselon kedua. Jumlah dan lokasi eselon kedua pelanggan terhadap fasilitas menentukan simultan eselon dua. Studi ini mengacu pada pembuat keputusan sistem desain distribusi kargo dimana terdapat sebuah sistem distribusi dua eselon tingkat dua, komponen dan yang berhubungan dengan keputusan. Tujuan model dalam tulisan ini adalah menentukan lokasi fasilitas pada tiap eselon yang merupakan sebuah fasilitas distribusi dan kapasitas kargo pada fasilitas sehingga dapat meminimumkan total biaya sebagai solusi optimal pada pemodelan.

Kata Kunci: CFLP, program integer, optimisasi, dua eselon

PENDAHULUAN

Koordinasi antara fasilitas-fasilitas yang ada pada sebuah rantai suplai kegiatan produksi merupakan sebuah hal penting dalam penentuan keuntungan maksimal yang dicapai. Hal ini membutuhkan kebijakan atau sebuah model efektif untuk meyakinkan bahwa sistem yang digunakan merupakan sistem yang optimal untuk memenuhi tingkat permintaan konsumen dalam kondisi pasar yang sangat kompetitif saat ini. Hal utama adalah mengoptimalkan kedua biaya operasional dan biaya fasilitas konsumen yang sudah terlebih dahulu dikemukakan oleh Goyal K.^[1] Kemudian Banarjee menyediakan sebuah model berdasarkan tingkat produksi dengan beberapa peraturan perusahaan.^[2] Sebuah model yang dikemukakan oleh Zavanella dan Zanoni dan berhasil mengembangkan sebuah rangkaian kerja untuk meningkatkan kemampuan model pada kegiatan produksi dan distribusi yang menyediakan fasilitas terdiri dari fasilitas tunggal dan konsumen tunggal.^[3] Selanjutnya Barcelo dan Casanovas mengatakan sebuah peraturan Consignment Stock (CS) tentang hal pembuatan model inventori dan mengindikasikan bahwa adanya aturan yang mempunyai sebuah tampilan yang lebih baik dari model optimisasi yang tidak terkoordinasi.^[4] Model ini diimplementasikan untuk kasus industri tunggal dalam situasi dimana pembelinya adalah pembeli double (buyer's double). Masalah penempatan fasilitas, rantai suplai dan pemilihan masalah fasilitas yang mungkin merupakan hal biasa yang telah dipaparkan pada penelitian operasional. Pada tulisan ini,

diasumsikan bahwa terdapat sebuah rantai suplai yang terdiri atas fasilitas utama dan titik permintaan konsumen yang diasumsikan menjadi sebuah fungsi permintaan deterministik. Tujuan model ini adalah memenuhi dan menentukan lokasi yang dipengaruhi oleh sejumlah fasilitas dengan kapasitas dua jenis fasilitas, dengan kata lain eselon dua jenis yang berbeda digunakan pada lokasi fasilitas dan ada pada tiap eselon. Teori ini berdasarkan dekomposisi *Penelitian Tabu* yang dipandang sebagai sebuah masalah pengalokasian dua rute dimana setiap rute dihilangkan menjadi sebuah masalah penempatan fasilitas terbatas. Dalam masalah penempatan fasilitas yang tidak berkapasitas diasumsikan bahwa tiap fasilitas tidak memiliki batas pada fasilitas berkapasitas. Untuk kasus ini, setiap permintaan konsumen dapat ditemukan dari fasilitas. Perkembangan hal ini melibatkan dua eselon pada fasilitas, masalah penempatan fasilitas yang tidak berkapasitas dua eselon. Hal ini membahas inventori rantai suplai dengan proses pengiriman fasilitas eselon pertama pada titik permintaan konsumen melalui fasilitas pada eselon kedua. Fungsi objektif sebagai tujuan pemodelan masalah ini adalah menentukan jumlah fasilitas pada setiap lokasi eselon, aliran distribusi produk antara fasilitas-fasilitas pada eselon yang berbeda dan menentukan distribusi konsumen pada fasilitas eselon kedua. Untuk kapasitas masalah penempatan fasilitas, tiap fasilitas memiliki kendala. Masalah dalam hal ini merupakan sebuah titik dimana terdapat permintaan konsumen yang tidak terpenuhi dalam fasilitas yang dikenal sebagai masalah penempatan fasilitas sumbernya. Studi

ini sudah dibahas sebelumnya oleh Holmberg.^[5]

Tulisan ini mengacu pada pembuat keputusan pada desain sistem distribusi kargo dimana terdapat sebuah sistem distribusi dua eselon struktur tingkat dua, komponen dan hal yang berhubungan dengan keputusan. Hasil yang dipenuhi diformulasikan ke dalam bentuk program mix-integer sebagai masalah lokasi dua eselon. Tujuan tulisan ini adalah menentukan lokasi fasilitas pada tiap eselon fasilitas distribusi dan fasilitas berkapasitas kargo dengan tujuan meminimumkan total biaya sebagai solusi optimal pemodelan. Beberapa kendala digunakan dalam model dimana tiap fasilitas terdapat pada eselon. Bagian 2 membahas beberapa literatur dan teori yang berhubungan dengan model penempatan fasilitas dua eselon. Bagian 3 mendeskripsikan model yang diperluas pada penempatan fasilitas dua eselon sistem distribusi kargo dengan kesimpulan dan sugesti yang disajikan pada Bagian 4.

TINJAUAN MODEL CFLP (CAPACITATED FACILITY LOCATION PROBLEM)

Banyak algoritma heuristik dan pendekatan terdapat pada CFLP yang diajukan pada literatur. Metode penyelesaian dan pendekatan algoritma heuristik telah diajukan oleh Tragantalerngsak.^[6] Kemudian relaksasi heuristik Langrange oleh Aikens.^[7] Berbagai pendekatan heuristik dan solusi yang tepat untuk CFLP, salah satunya adalah relaksasi Langrange. Masalah penempatan fasilitas berkapasitas merupakan bagian masalah

penempatan fasilitas yang mencakup kapasitas fasilitas. Penempatan kapasitas fasilitas juga dikenal dalam masalah optimisasi kombinatorial yang diaplikasikan pada fasilitas sehingga pelanggan dapat meminimumkan biaya operasional dan transportasi. Misalkan kapasitas fasilitas tidak dapat dipenuhi permintaan fasilitas. Kasus ini harus melakukan pembatasan yang bisa memenuhi permintaan setiap pelanggan dan tiap fasilitas suplai tidak dapat melampaui kapasitas fasilitas yang ada. Aplikasi CFLP termasuk perencanaan, distribusi, lokasi dan tempat perencanaan produksi dan desain jaringan telekomunikasi.

CFLP berisikan anggota m , tiap lokasi potensial dengan fasilitas berkapasitas dan n merupakan total permintaan konsumen yang terpenuhi pada fasilitas yang tersedia. Misalnya, diberikan sebuah himpunan $J = (1,2,3,\dots,m)$ merupakan jumlah total fasilitas dimana $i \in J$ dengan kapasitas a_i dan $K = (1,2,3,\dots,n)$ merupakan total jumlah konsumen dengan tingkat permintaan b_j dan $J \in K$. Biaya fasilitas i , f_i dan c_{ij} merupakan biaya transportasi dari i ke j . x_j menyatakan total aliran fasilitas i ke j . Aliran fasilitas i ke konsumen j dinotasikan *arc* (i,j) dan variabel y_i didefinisikan sebagai berikut.

$$y_i = \begin{cases} 1, & \text{fasilitas tersedia} \\ 0, & \text{lainnya} \end{cases}$$

Sehingga CFLP diformulasikan sebagai berikut.

$$Z = \min \sum_{k \in K} \sum_{j \in J} \sum c_{kj} x_{kj} + \sum_{j \in J} f_j y_j \dots \dots (1)$$

Z merupakan sebuah fungsi yang bertujuan memenuhi permintaan tiap konsumen dan kendala fasilitas pada suplai tiap konsumen. Relaksasi Langrange digabungkan dengan optimisasi subgradien merupakan salah satu pendekatan yang paling luas dalam menentukan solusi masalah kombinatorial. Perincian dan aplikasi relaksasi Langrange dikemukakan oleh Geoffrion^[9] dan Laporte.^[10] Hal tersebut sudah digunakan dalam teknik secara luas dalam penyelesaian beberapa macam masalah penempatan fasilitas. Termasuk penempatan fasilitas dengan sebuah kapasitas yang tidak naik dikemukakan oleh Balas dan Zemel.^[11] Tentang penempatan fasilitas berkapasitas oleh Christofides^[12] dan tentang sumber penempatan fasilitas dan kapasitas oleh Beasley^[13], Fisher^[8], Wu^[14], Yen, dan Barcelo. Kemudian Holmberg mengemukakan 6 perbedaan heuristik Langrange untuk menyelesaikan CFLP. Semua heuristik yang diimplementasikan sehingga heuristik Langrange memberikan batas bawah yang lebih baik dipenuhi relaksasi program linier. Mendapatkan solusi yang mungkin membatasi limit atas yang dapat dilakukan dengan efisien. Branch dan Bound mengindikasikan bahwa algoritma berdasarkan relaksasi Langrange merupakan pendekatan yang efisien. Penempatan fasilitas dua eselon merupakan sebuah ekstensi sumber penempatan fasilitas berkapasitas. Dalam hal ini, pertama, menempatkan fasilitas dan kedua, simultan eselon dimana tiap fasilitas memiliki kapasitas

pada eselon kedua dan dapat disuplai satu fasilitas pada eselon pertama.

Tiap pelanggan hanya dilayani satu fasilitas pada eselon kedua. Fasilitas pertama sebagai gudang dan berkenaan dengan fasilitas-fasilitas pada eselon kedua sehingga tersedia fasilitas-fasilitas, gudang, dan formulasi konsumen. Untuk sumber penempatan fasilitas berkapasitas dua eselon, terdapat beberapa simbol sebagai berikut.

$I = \{1, \dots, m\}$: himpunan jumlah konsumen pada tiap lokasi

$K = \{1, \dots, o\}$: himpunan fasilitas yang potensial

a_j : permintaan konsumen j , $\forall j \in J$

b_i : kapasitas fasilitas i , $\forall i \in I$

f_{ik} : biaya fasilitas i ke fasilitas potensial k , $\forall i \in I, k \in K$

c_{ijk} : biaya konsumen j dari fasilitas potensial k

g_k : biaya fasilitas ke k

Dan untuk variabel keputusan, digunakan notasi sebagai berikut.

$$y_i = \begin{cases} 1, & \text{fasilitas } i \text{ terbuka ke } k \\ 0, & \text{lainnya} \end{cases}$$

$$x_{ijk} = \begin{cases} 1, & \text{fasilitas } i \text{ ke } k, \text{ memenuhi } j \\ 0, & \text{lainnya} \end{cases}$$

$$z_k = \begin{cases} 1, & \text{fasilitas potensial pada } k \\ 0, & \text{lainnya} \end{cases}$$

Sehingga masalah ini diformulasikan sebagai berikut.

$$z = \min \sum_{i \in I, k \in K} \sum_{j \in J} c_{ijk} x_{ijk} + \sum_{i \in I, k \in K} f_{ik} y_{ik} + \sum_{k \in K} g_k z_k \dots (2)$$

METODE PENELITIAN

Tulisan ini menyajikan formulasi model pada masalah proses pembuat keputusan penempatan fasilitas untuk memenuhi pendekatan solusi optimal dari fungsi objektif yang tersedia. Teori ini dibagi menjadi 2 bagian. Pertama, tentukan deskripsi sistem distribusi kargo pada fasilitas dengan kapasitas dua eselon. Dan kedua, mengembangkan program mix-integer sebagai pikiran utama dalam penentuan formulasi model masalah penempatan fasilitas dua eselon. Kendala sebagai masalah batasan pada model ini dimana tiap fasilitas pada eselon kedua memiliki suplai terbatas dan hanya dapat disuplai oleh fasilitas eselon pertama. Model ini dapat digunakan dalam penentuan lokasi fasilitas pada tiap eselon yang merupakan kapasitas fasilitas dan distribusi kargo fasilitas. Fungsi objektif model ini adalah meminimumkan total biaya minimum sebagai solusi optimal pemodelan.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada sistem distribusi fasilitas dengan kapasitas dua eselon terdapat beberapa defenisi, pembatasan, dan notasi matematika yang digunakan sebagai berikut.

1. Fasilitas pertama adalah fasilitas utama yang memiliki kapasitas yang lebih besar dari fasilitas kedua. Fasilitas diasumsikan telah dialokasikan dari titik permintaan konsumsi. Diasumsikan bahwa terdapat kendala dalam distribusi kendala dalam distribusi kargo

pada fasilitas pertama dimana kendaraan pada eselon pertama.

2. Fasilitas kedua memiliki kapasitas suplai yang semakin berkurang dan distribusi kargo hanya pada eselon kedua fasilitas pertama.
3. Untuk objek akhir pada sistem distribusi kargo, konsumen merupakan titik akhir sistem dengan asumsi bahwa proses pengiriman ke konsumen harus dipenuhi sekurang-kurangnya satu dari eselon pertama atau kedua.

Berdasarkan tujuan penulisan ini, diberikan beberapa asumsi berikut.

1. Diasumsikan bahwa permintaan diskrit tiap konsumen diketahui
2. Semua sistem distribusi kargo dimulai dengan fasilitas pertama, fasilitas utama pada sistem distribusi kendaraan. Eselon pertama melakukan aktivitas distribusi fasilitas pertama sampai kendaraan pada eselon kedua. Pada eselon kedua, sistem distribusi kargo akan mendistribusikannya ke konsumen sebagai titik akhir sistem ini.
3. Masing-masing kedua fasilitas pertama dan kedua memiliki fasilitasnya dengan asumsi fasilitas pertama memiliki kapasitas lebih besar dari yang kedua.

Beberapa Notasi

Asumsikan graf tidak berarah $G = (N, A)$ dengan $N = \{P \cup S \cup Z\}$ dan

$P = \{p\}$: himpunan fasilitas pertama yang tersedia

$S = \{s\}$: himpunan fasilitas kedua yang tersedia

$Z = \{z\}$: himpunan pelanggan yang diketahui

$T = \{t\}$: himpunan jumlah kendaraan pada eselon pertama

$V = \{v\}$: himpunan jumlah kendaraan pada eselon kedua

f_i : nilai yang diberikan fasilitas berkapasitas pada $i \in P \cup S$

F : biaya fasilitas pada $i \in P \cup S$

v_i : nilai yang diberikan kendaraan berkapasitas pada $i \in T \cup V$

V_i : biaya kendaraan pada $i \in T \cup V$

C_{ij} : biaya transportasi dari i ke j

D_z : titik permintaan untuk setiap lokasi $z \in Z$

L_i : variabel kontinu nonnegatif yang meyakinkan sekurang-kurangnya satu fasilitas i pada S merupakan himpunan bagian fasilitas P .

Kemudian juga menggunakan beberapa proses pembuat keputusan yang memiliki lokasi dan tanda kendaraan pada tiap eselon dengan fasilitas berkapasitas yang tersedia dengan program integer 0-1 sebagai berikut.

$$r_{ij}^t = \begin{cases} 1, & \text{jika } i \text{ mendahului } j \text{ pada eselon pertama oleh } t \\ 0, & \text{lainnya} \end{cases}$$

$$x_{ij}^v = \begin{cases} 1, & \text{jika } i \text{ mendahului } j \text{ pada eselon pertama oleh } v \\ 0, & \text{lainnya} \end{cases}$$

$$r_{sz} = \begin{cases} 1, & \text{jika konsumen } z \text{ didistribusikan ke } s \\ 0, & \text{lainnya} \end{cases}$$

$$y_i = \begin{cases} 1, & \text{jika fasilitas tersedia pada penempatan } i \\ 0, & \text{lainnya} \end{cases}$$

$$u_i = \begin{cases} 1, & \text{jika kendaraan pada penempatan } i \text{ tersedia} \\ 0, & \text{lainnya} \end{cases}$$

Sehingga formulasi model tersebut dapat dituliskan sebagai berikut.

$$\min \sum_{p \in P} v_p y_p + \sum_{s \in S} v_s y_s + \sum_{t \in T} V_t u_t + \sum_{v \in V} \sum_{i \in S \cup Z} \sum_{j \in S \cup Z} C_{ij} x_{ij}^v + \sum_{v \in V} \sum_{i \in P \cup S} \sum_{j \in P \cup S} C_{ij}^t r_{ij}^t F_i y_i \quad (3)$$

dengan

$$\sum_{v \in V} \sum_{j \in S \cup Z} x_{ij}^v = 1, \forall z \in Z \quad (4)$$

$$\sum_{i \in S \cup Z} x_{ij}^v - \sum_{l \in S \cup Z} x_{jl}^v = 0, \forall j \in Z \cup S, \forall v \in V \quad (5)$$

$$L_i - L_j + \langle |S| + |Z| \rangle \sum_{v \in V} x_{ij}^v \leq \langle |S| + |Z| - 1 \rangle, \forall i, j \in Z \cup \dots \quad (6)$$

$$L_i - L_j + \langle |P| + |S| \rangle \sum_{v \in V} r_{ij}^t \leq \langle |V| + |S| - 1 \rangle, \forall i, j \in S \cup V, \dots \quad (7)$$

$$f_{vs}^t \geq 0 \quad (8)$$

Fungsi objektif (3) adalah meminimumkan total biaya penempatan fasilitas pertama dan kedua termasuk biaya kendaraan dan transportasi dua eselon. Kendala (4) menunjukkan bahwa tiap permintaan konsumen z dipenuhi tepat satu kendaraan pada eselon kedua.

Persamaan (5) menunjukkan bahwa untuk kendaraan v , terdapat beberapa arc pada lokasi i

Persamaan (6) memberikan kendala fasilitas dari eselon pertama ke eselon kedua.

Persamaan (7) merupakan kendala fasilitas pertama dan

Persamaan (8) menyatakan kendala yang diperluas dan nonnegatif pada model tersebut.

KESIMPULAN

Tulisan ini mengusulkan model baru penempatan fasilitas dengan kapasitas dua eselon dengan satu sumber. Makalah ini mencakup masalah NP dan diformulasikan dengan program mixed-integer dan mengaplikasikannya dengan metode heuristik. Model yang dimaksud dapat digunakan pada masalah penempatan fasilitas sistem dengan aplikasi pada distribusi fasilitas kargo berkapasitas dengan memasukkan keberadaan dua eselon pada fasilitas.

DAFTAR PUSTAKA

- [1]Goyal, S.K., 1976. *An integrated inventory model for a single supplier-single customer problem*. International Journal of Production Research. (15): 107-111.
- [2]Banerjee, Al., 1986. *A joint economic-lot-size model for purchaser and vendor*. A comment. Decision Science. (17): 293-311.
- [3]Zavanella, L., 2009. *A one vendor multi-buyer integrated production inventory model: The 'consignment stock' case*. International Journal of Information and Management Sciences. (20): 217-223.
- [4] Barcelo, J and J. Casanovas, 1984. *A heuristic Lagrangian algorithm for the capacitated plant location problem*. European Journal of Operation Research. (15): 212-226.
- [5]Holmberg, K., 1999. *An exact algorithm for the capacitated facility location problem with single sourcing*. European Journal of Operation Research. (133): 544-559.
- [6]Tragantalerngsak, S., 2000. *An exact method for the two-echelon, single source, capacitated facility location problem*. European Journal of Operation Research. (123): 473-489.
- [7]Aikens, C. H., 1985. *Facility location model for distribution planning*. European Journal of Operation Research. (22): 263-279.
- [8]Fisher, M. L., 1981. *The Lagrangian relaxation method for solving integer programming problem*. Management Science. (27): 1-18.
- [9]Geoffrion, A. M., 1974. *Lagrangian relaxation for integer programming*. Management Science. (27): 82-114.
- [10]Laporte, G., 1988. *Location-routing problem*. In: Methods and Studies. Northland, Amsterdam., 163-198.
- [11]Balas, E. And E. Zemel., 1980. *An algorithm for large zero one knapsack*. Operation Research. (28): 130-145.
- [12]Christofides, N. and J.A. Beasley., 1983. *Extensions to a Lagrangian relaxation approach for the capacitated warehouse location problem*. European Journal of Operation Research. (12): 19-28.
- [13]Beasley, J.A., 1988. *An algorithm for solving capacitated warehouse location problem*. European Journal of Operation Research. (33): 314-325.
- [14]Wu, K. S. And Yen, H. F., 2009. *On a note on the economic lot size of*

the integrated vendor buyer inventory system derived without derivatives. International Journal of Information and Management Sciences. (20): 217-223.

- [15] Beasley, J.A., 1993. *Langrangian heuristic for location problem.* European Journal of Operation Research. (65): 383-399.